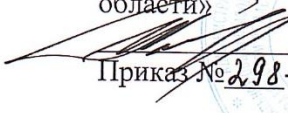


Управление общего образования администрации Ртищевского
муниципального района Саратовской области
Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №4 г. Ртищево Саратовской области»

ПРИНЯТА

На заседании педагогического совета
(протокол № 1) 30.08.2023 г.

УТВЕРЖДАЮ: директор
МОУ «СОШ №4 г. Ртищево Саратовской
области»

 /А.А. Тимофеев/
Приказ № 298-о 30.08.2023г.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ
ПРОГРАММА**

естественнонаучной направленности

«Избранные вопросы математики»

Возраст обучающихся: 17 – 18 лет
Срок реализации программы: 9 месяцев

Автор-составитель: Быханова Юлия
Викторовна, педагог дополнительного
образования

г. Ртищево Саратовская область, 2023 г.

1. Комплекс основных характеристик ДООП

1.1. Пояснительная записка

Программа разработана в соответствии с Положением о порядке разработки и утверждения ДОП в МОУ «СОШ №4 г. Ртищево Саратовской области» от 22.06.2023г. № 256-о.

В соответствии с Постановлением администрации Ртищевского муниципального района Саратовской области «Об утверждении Положения о персонифицированном дополнительном образовании в Ртищевском муниципальном районе в новой редакции» от 29.06.2023 года № 599, п. 3.7., п/п. 3.7.1. «образовательная программа специально разработана в целях сопровождения отдельных категорий обучающихся»; п/п. 3.7.4. «образовательная программа реализуется в целях обеспечения развития детей по обозначенным на уровне Ртищевского муниципального района и (или) Саратовской области приоритетным видам деятельности» данная программа может быть зачислена в реестр значимых дополнительных общеобразовательных общеразвивающих программ ПФДО Саратовской области.

Актуальность программы обучения

Актуальность дополнительной образовательной программы состоит в том, что она поддерживает изучение основного курса, направлена на систематизацию, расширение и повторение знаний учащихся. Вопросы, рассматриваемые в программе, тесно примыкают к основному курсу алгебры. Поэтому данная программа будет способствовать совершенствованию и развитию математических знаний и умений учащихся. Работа в дополнительном объединении позволяет воспитывать у учащихся дух творчества, развивает целеустремлённость и усидчивость, логику, внимательность, интерес к математике и математическое мышление.

Отличительные особенности программы обучения

Программа дает развитие не только логики и мышления, но и развитие вариативности, умения сделать правильный выбор, адекватно оценить свои знания и умения по математике. Нестандартный подход к решению задач важен в любом школьном возрасте, но особенно важен он в выпускных классах, так как учащимся предстоит выдержать государственные экзамены, и здесь важна не только хорошая система знаний, но и хорошая психологическая подготовка, развитые творческое мышление и логика. Все это поможет учащимся развивать свои математические способности, логику, мышление, воображение, вариативность. Важно и то, что занимаясь среди единомышленников, воспитывается уважение к своему и чужому труду, ответственность за собственные действия и поступки. Повышается самооценка за счет возможности самоутвердиться путем достижения определенных результатов в умственной деятельности, ребята могут научиться достойно воспринимать свои успехи и неудачи, что позволит им адекватно воспринимать окружающую действительность. Кроме этого, занятия математикой дают представление о ряде профессий, связанных с математикой, что является ориентиром для учащегося в выборе будущей профессии. Это тоже является отличительной особенностью данной программы.

Адресат программы

Рабочая программа направлена на обучающихся 17-18 лет (11 класс).

Режим и формы проведения занятий

Продолжительность реализации программы 34 ч, проводятся 1 раз в неделю.

Форма обучения: очная

В случае невозможности проведения очного обучения данная программа может быть реализована в режиме вебинара (очно с применением дистанционных технологий).

Наполняемость группы: обучение проводится в группах от 15 до 20 человек.

1.2. Цели и задачи программы

Цели:

- создание условий для формирования и развития у учащихся самоанализа, обобщения и систематизации полученных знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности;
- углубление и систематизация знания учащихся по основным разделам математики, необходимых для применения в практической деятельности;
- знакомство учащихся некоторыми методами и приемами решения математических задач, выходящих за рамки школьного учебника математики;
- формирование умения применять полученные знания при решении нестандартных задач;
- воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для научно-технического прогресса.

Задачи:

Обучающие:

- формировать и совершенствовать у учащихся приемы и навыки решения задач повышенной сложности;
- формировать навыки работы с дополнительной литературой, использования различных интернет - ресурсов

Развивающие:

- развивать коммуникативные, логические способности слушателей
- развивать внимание, память, наблюдательность, познавательный интерес
- развивать навыки планирования проекта, умение работать в группе
- способствовать развитию критического, системного алгоритмического и творческого мышления

Воспитательные:

- формировать положительное отношение к математике
- развивать самостоятельность и формировать умение работать в паре, малой группе, коллективе
- формировать умение демонстрировать результаты своей работы

1.3. Планируемые результаты освоения программы

Предметные результаты:

- Владение математическими знаниями и умениями, необходимыми для поступления в ВУЗы, изучения смежных дисциплин, применения математических знаний в повседневной жизни;
- создание фундамента для математического развития, формирования механизмов мышления, характерных для математической деятельности.

Мета предметные результаты:

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации современного общества;
- развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования;
- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности;

Личностные результаты:

- развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту;
- формирование у учащихся интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;
- воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- развитие математической грамотности;

1.4. Содержание программы

1.1.4.1. Учебный план

№	Название модуля	Количество часов			Форма аттестации/ контроля
		Всего	Теория	Практика	
1. Функции - 2 ч.					
1.1	Графики функций.	2	0,5	1,5	Беседа, практическая работа, текущий контроль
2. Вероятности сложных событий – 2 ч.					
2.1	Теоремы о вероятностях событий.	2	0,5	1,5	Лекция, практическая работа, текущий контроль
3. Уравнения – 8 ч.					
3.1.	Рациональные и иррациональные уравнения.	1	0,5	0,5	Обсуждение и практическая работа
3.2.	Логарифмические и показательные уравнения.	2	0,5	1,5	Беседа и практическая работа

3.3.	Тригонометрические уравнения.	3	1	2	Опрос и практическая работа
3.4.	Уравнения смешанного типа.	2	0,5	1,5	Дискуссия и практическая работа, промежуточный контроль
4. Неравенства – 9 ч.					
4.1.	Рациональные и иррациональные неравенства.	2	0,5	1,5	Беседа и практическая работа
4.2.	Логарифмические и показательные неравенства.	6	2	4	Обсуждение, практическая работа, промежуточный контроль
5. Планиметрия – 6 ч.					
5.1.	Многоугольники и их свойства.	4	1	3	Лекция и практическая работа
5.2.	Окружности и треугольники, четырехугольники	3	1	2	Беседа, практическая Работа, текущий контроль
6. Финансовая математика – 6 ч.					
6.1.	Вклады.	2	0,5	1,5	Обсуждение и практическая работа
6.2.	Кредиты.	2	0,5	1,5	Беседа и практическая работа
6.3.	Задачи на оптимальный выбор.	2	0,5	1,5	Дискуссия и практическая работа, текущий контроль
7. Итоговое занятие – 1 ч.					
7.1	«Пик знаний»	1	-	1	Итоговый контроль
	Всего:	34	9,5	24,5	

1.4.2. Содержание учебного плана

Функции - 2 ч.

Теория: Область определения и область значений функции. Взаимное расположение графиков функций. Свойства функций: монотонность, чётность, нечётность. Свойства функций, связанные с графиками.

Практика: Умение читать свойства функции по графику (возрастание /убывание) на промежутке, область определения, множество значений, чётность (нечётность). Строить графики элементарных функций, находить координаты точки пересечения графиков функций, решать уравнения и их системы с 2, 3 неизвестными.

Вероятности сложных событий – 2 ч.

Теория: Определение вероятности. Теоремы о вероятности. Условная вероятность.

Практика: Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Уравнения – 8 ч.

Теория: Основные способы решения рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений. Формулы тригонометрии, логарифмов. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Практика: Умение применять общие приёмы решения иррациональных уравнений. Умение решать сложные показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения. Умение использовать несколько приёмов при решении комбинированных уравнений (показательно-иррациональных и т.д.).

Неравенства – 9 ч.

Теория: Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Комбинированные неравенства.

Практика: Умение применять способ интервалов при решении рациональных неравенств. Умение решать сложные показательные, логарифмические и тригонометрические неравенства. Умение использовать несколько приёмов при решении комбинированных неравенств. Умение использовать график функции при решении неравенств (графический метод решения неравенств).

Умение решать неравенства, содержащую переменную под знаком модуля.

Планиметрия – 6 ч.

Теория: Треугольники. Параллелограмм. Трапеция. Трапеция и окружность.

Правильные многоугольники. Свойства геометрических фигур.

Практика: Умение решать сложные планиметрические задачи.

Финансовая математика– 6 ч.

Теория: Основные задачи на проценты. Формула сложных процентов.

Практика: Задачи на оптимальный выбор. Банки, вклады, кредиты.

Решение задач по теме «Финансовая математика».

Итоговое занятие «Пик знаний» - 1 ч.

1.5.Формы аттестации их периодичность

Для отслеживания результативности образовательной деятельности по программе проводятся: текущий, промежуточный и итоговый контроль.

Текущий контроль – оценка уровня и качества освоения тем/разделов программы и личностных качеств обучающихся. Осуществляется на занятиях в течение всего времени обучения по данной программе. Текущий контроль усвоения материала осуществляется путем устного опроса или беседы. Задачей устного опроса является не столько оценивание знаний обучающихся, сколько определение проблемных мест в усвоении материала.

Промежуточный контроль – оценка уровня и качества освоения обучающимися дополнительной обще развивающей программы по итогам изучения раздела, темы.

Итоговый контроль–оценка уровня и качества освоения обучающимися дополнительной обще развивающей программы по завершению всего периода обучения по программе.

Основными формами проверки знаний обучающихся являются:

Устный опрос;

беседа(индивидуальная и групповая);

наблюдение;

обсуждение;

дискуссия;

практическая работа;

2. Комплекс организационно-педагогических условий

2.1. Методическое обеспечение дополнительной образовательной программы

Материал каждого занятия рассчитан на 45 минут.

Технологии, используемые на занятиях:

- *Технология группового обучения* – это такая технология обучения, при которой ведущей формой учебно-познавательной деятельности является работа в группах.
- *Технология развивающего обучения* – это форма организации учебного процесса, при которой происходит взаимодействие педагога и учащихся на основе коллективно-распределительной деятельности, поиске различных способов решения учебных задач.
- *Технологии дифференцированного обучения* – это обучение, учитывающее индивидуальные особенности, возможности и способности детей.
- *Здоровье сберегающая технология* – это целостная система воспитательно-оздоровительных, коррекционных и профилактических мероприятий, которые осуществляются в процессе взаимодействия ребенка и педагога.
 - **Основные методы:**
 - **Словесный метод:** рассказ (специфика деятельности учёных математиков), беседа, обсуждение (информационных источников, готовых сборников), словесные оценки (работы на уроке, тренировочные и практические работы). **Метод наглядности:** наглядные пособия и иллюстрации. **Практический метод:** тренировочные упражнения; практические работы. **Объяснительно-иллюстративный:** сообщение готовой информации. **Частично-поисковый метод:** выполнение частичных заданий для достижения главной цели.
 - **Приемы:** анализ и синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение.
 - **Основные виды деятельности учащихся:**
 - решение занимательных, практических задач, знакомство с научно-популярной литературой, связанной с математикой, проектная деятельность, самостоятельная работа, работа в парах, в группах, творческие работы.
 - С целью непрерывного процесса работы объединения в случае возникновения чрезвычайных ситуаций (карантин) программа может быть реализована в дистанционной форме (платформы для обучения ZOOM, Учи.ру, позволяющих снабжать обучающихся учебным материалом.

Форма организации учебного занятия

С целью достижения качественных результатов учебный процесс оснащен современными техническими средствами. К темам занятия разработаны презентации теоретического материала. С помощью мультимедийных элементов занятие визуализируется, вызывая положительные эмоции у обучающихся и создавая условия для успешной деятельности каждого ребенка.

Формы и методы обучения.

В процессе занятий используются различные формы:

Традиционные и нетрадиционные, например, беседы, обсуждения, дискуссии, ситуации-упражнения, ситуации-проблемы, ситуации – оценки и т.п.

Методы, в основе которых лежит способ организации занятия:

- словесный (беседа, дискуссия, обсуждение, устное изложение и т.д.);
- наглядный (мультимедийные ресурсы, иллюстрации, наблюдение, практический).

Методы, в основе которых лежит уровень деятельности детей:

- объяснительно-иллюстративный метод;
- репродуктивный – учащиеся воспроизводят полученные знания и освоенные способы деятельности;
- частично-поисковый – участие детей в коллективном поиске, решение поставленной задачи совместно с педагогом;

- исследовательский – самостоятельное решение творческих замыслов,

Методы, в основе которых лежит форма организации учебной деятельности:

- индивидуальная (обучающемуся дается самостоятельное задание с учетом его возможностей);
- коллективная или фронтальная;
- парная или групповая (разделение обучающихся на пары или группы для выполнения определенной работы).

2.2. Условия реализации программы

Материально-технические условия реализации программы

Для организации учебного процесса используется:

Наименование специализированных кабинетов	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Кабинет № 305	Лекции, диспуты, конференции, практические занятия	компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска, интернет

Учебно-методическое обеспечение программы

Дидактические материалы (таблицы, наглядные пособия, демонстрационные карточки, образцы выполненных заданий и др.) используются на каждом занятии.

2.3. Список литературы

Для педагога:

1. Воронова Т.Я., Каширина Л.А. «Уравнения и неравенства». /Методическое пособие для заочной физико-математической школы МИФИ, М.: 2009 г./
2. Лютикас В.С. "Факультативный курс по математике. Теория вероятностей" – М.: "Просвещение", 2010 г.
3. Мостселлер Ф. "Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями" – М.: "Наука", 2006 г.
4. Сборники для итоговой аттестации ЕГЭ 2023-24 г.г. авторов, А.Л.Семенова, И.В.Ященко, Ф.Ф.Лысенко.
5. Л.С. Сагателова. Геометрия. Решаем задачи по планиметрии. Практикум: элективный курс.– Волгоград: Учитель, 2009
6. О.Ю. Черкасов, А.Г. Якушев. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену.- 9-е изд.- М.: Айрис- пресс, 2004
7. И. Ф. Шарыгин. Факультативный курс по математике: Решение задач: учеб. Пособие для 11 кл. сред.шк.– М.: Просвещение, 2009
8. А.М. Абрамов, Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев и др. Избранные вопросы математики: 10 кл. Факультативный курс / сост. С.И. Шварцбурд – М.: Просвещение, 2010
9. А.К.Дьячков, Н.И. Иконникова, В.М. Казак, Е.В. Морозова. Единый государственный экзамен. Математика: Справочные материалы, контрольно - тренировочные упражнения, задания с развёрнутым ответом: в 2 ч. – Челябинск: Взгляд, 2006
10. М.Я. Выгодский. Справочник по высшей математике. М.: АСТ: Астрель, 2006
11. В.А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей. – М.: Просвещение, 2002

Интернет-ресурсы:

1. <http://gia.edu.ru/> - Официальный информационный портал поддержки ГИА.
2. <http://www.fipi.ru> - портал информационной поддержки мониторинга качества образования, Федеральный банк тестовых заданий, демоверсии
3. www.mathgia.ru - Открытый банк задач по математике (ГИА)
4. <http://www.mathnet.spb.ru/>Дмитрий Гуцин – сайт элементарной математики
5. <http://www.ege.edu.ru/> - Официальный информационный портал ЕГЭ
6. <http://egeigia.ru/> - Информационный образовательный портал. Подготовка к экзаменам
7. <http://uztest.ru/>онлайн тесты по по математике (ГИА, ЕГЭ)

Для обучающихся:

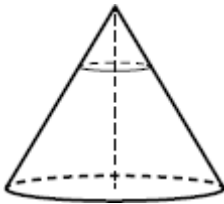
1. Кравцев С.В. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. -М.:«Экзамен», 2005.— 544с.
2. Якушева Е.В., Попов А.В., Якушев А.Г. 2000 задач и упражнений по математике. Для школьников и абитуриентов. — М.: 1 Федеративная Книготорговая Компания, 2008.—448с.
3. Интернет-ресурсы

2.4.Календарный учебный график

№п/п	Дата		Форма занятия	Количество часов	Тема занятия	Место занятия	Форма контроля/аттестация
	план	факт					
Раздел 1. Функции - 2ч.							
1			Занятие-лекция	1	Графики функций.	МОУ СОШ №4, каб.305	Входной контроль, наблюдение
2			Презентация	1	Комбинированные задачи.	МОУ СОШ №4, каб.305	Эвристическая беседа
2. Вероятности сложных событий – 2 ч.							
3			Видео-занятие	1	Теоремы о вероятностях событий.	МОУ СОШ №4, каб.305	Лекция, практическая работа, текущий контроль
4			Практикум	1	Вероятности сложных событий.	МОУ СОШ №4, каб.305	Обсуждение, текущий контроль
3. Уравнения – 8 ч.							
5			Традиционное	1	Рациональные уравнения.	МОУ СОШ №4, каб.305	Беседа, практическая работа
6			Практикум	1	Иррациональные уравнения.	МОУ СОШ №4, каб.305	самооценка
7			Занятие-лекция	1	Логарифмические уравнения	МОУ СОШ №4, каб.305	Текущий контроль
8			Диспут	1	Показательные уравнения	МОУ СОШ №4, каб.305	обсуждение
9			Практикум	1	Тригонометрические уравнения.	МОУ СОШ №4, каб.305	Эвристическая беседа
10			Традиционное	1	Тригонометрические уравнения, разложение на множители.	МОУ СОШ №4, каб.305	Опрос и практическая работа
11			Практикум	1	Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ.	МОУ СОШ №4, каб.305	Презентация работ, обсуждение
12			Круглый	1	Уравнения смешанного	МОУ СОШ	Промежут

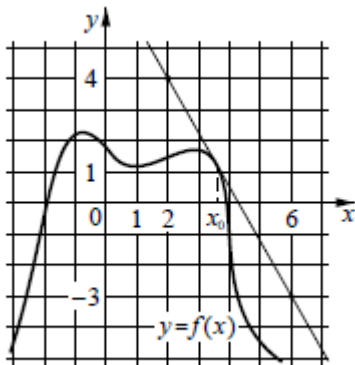
			стол		типа .	№4,каб.305	очный контроль
4. Неравенства – 8 ч.							
13			Традиционное	1	Рациональные неравенства	МОУ СОШ №4,каб.305	опрос, практическая работа
14			Круглый стол	1	Неравенства, содержащие радикалы.	МОУ СОШ №4,каб.305	беседа
15			Презентация	1	Показательные неравенства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Текущий контроль
16			Соревнование	1	Логарифмические неравенства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Обсуждение, практическая работа
17			Лекция	1	Неравенства с логарифмами по переменному основанию.	МОУ СОШ №4,каб.305	Наблюдение
18			Видео-конференция	1	Неравенства с модулем.	МОУ СОШ №4,каб.305	Беседа
19			Традиционное	1	Смешанные неравенства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Текущий контроль
20			Практикум	1	Смешанные неравенства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Промежуточный контроль
5. Планиметрия – 7 ч.							
21			Традиционное	1	Треугольники и их свойства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Опрос, практическая работа
22			Презентация	1	Четырехугольники и их свойства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Обсуждение и практическая работа
23			Практикум	1	Многоугольники и их свойства.	МОУ СОШ №4,каб.305	Текущий контроль
24			Соревнование	1	Решение планиметрических задач повышенной сложности.	МОУ СОШ №4,каб.305	Дискуссия, практическая работа
25			Презентация	1	Окружности и системы окружностей.	МОУ СОШ №4,каб.305	лекция, практическая работа
26			Традиционное	1	Окружности и треугольники.	МОУ СОШ №4,каб.305	Опрос, практическая работа
27			Практикум	1	Окружности и четырёхугольники.	МОУ СОШ №4,каб.305	Промежуточный контроль
6. Финансовая математика– 6 ч.							
28			Традиционное	1	Задачи на оптимальный выбор.	МОУ СОШ №4,каб.305	Наблюдение

5. Через точку, лежащую на высоте прямого кругового конуса и делящую её в отношении 1:2, считая от вершины конуса, проведена плоскость, параллельная его основанию и делящая конус на две части. Каков объём той части конуса, которая примыкает к его основанию, если объём всего конуса равен 54?



Ответ: _____.

6. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

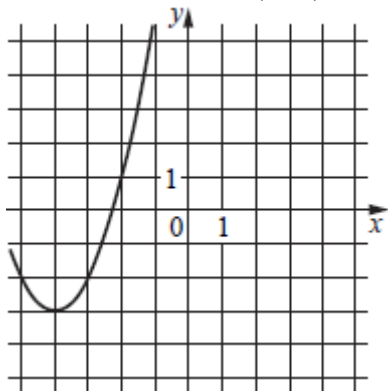
соотношением, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемого сигнала (в МГц), f – частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: _____.

7. Смешав 45%-ный и 97%-ный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-ный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%ного раствора той же кислоты, то получили бы 72%-ный раствор кислоты. Сколько килограммов 45%ного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____.

9. В городе 48% взрослого населения мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

10. Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - 9\ln(x + 11) + 7$ на отрезке $[-10, 5; 0]$.

Ответ: _____.

Часть 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

11.12.

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3}\cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right].$$

12. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1 .

14.

Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

13. 15 января планируется взять кредит в банке на месяц в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение p , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

14. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

16. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

17. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. В каждой школе тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2

